



Bildungswerkstätte Eigenaktives Lernen  
Montessori-Pädagogik – aktuell und zeitgemäß

# MONTESSORI PRAXIS

## HANDBUCH

für zeitgemäßes Lernen in der Schule



## Mathematik 2 Arithmetik

Margareta Harrer

BEL-Verlag



# MONTESSORI PRAXIS

## HANDBUCH

für zeitgemäßes Lernen in der Schule

Mathematik 2

# Arithmetik

1. Auflage 2017

© BEL-Verlag, M. u. K. Harrer GnbR  
BEL – Bildungswerkstätte Eigenaktives Lernen  
Aich-Weinbergstraße 1c  
4865 Nussdorf am Attersee  
Österreich  
[www.bel-montessori.at](http://www.bel-montessori.at)  
[info@bel-montessori.at](mailto:info@bel-montessori.at)

Autorin: Dr<sup>in</sup>. Mag<sup>a</sup>. Margareta Harrer  
Graphische Gestaltung und Satz: Klemens Harrer  
Druck: BEL-Verlag  
ISBN: 978-3-9504142-1-9

Dieses Handbuch ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte sind vorbehalten. Jegliche – auch auszugsweise – Verwertung, Wiedergabe, Vervielfältigung oder Speicherung, ob elektronisch, mechanisch, durch Fotokopie oder Aufzeichnung, bedarf der vorherigen schriftlichen Genehmigung durch Margareta und Klemens Harrer GnbR | BEL-Verlag | März 2017

# Vorwort

Seit fast 20 Jahren, die ich als Trainerin und Referentin für unsere Montessori-Ausbildungen tätig bin, beobachte ich bei den Lernenden und Studierenden das Phänomen der Faszination betreffend des ganzheitlich-reformpädagogischen Ansatzes von Maria Montessori. Gerade im Teilbereich Mathematik zeigt sich diese Faszination besonders deutlich – haben doch die meisten der letzten Bildungsgenerationen Mathematik immer noch als äußerst abstrakten und unzugänglichen ‚Stoff‘ erfahren. Oft kommt es in Ausbildungssituationen zu Ausrufen wie: „Jetzt versteh ich!“, „Das ist ja unglaublich! Wie einfach!“ „Das will ich sofort in meiner Schule umsetzen!“

Montessori schreibt bereits in ihrem Buch ‚Psico Aritmética‘ – erstmalig 1934 in Barcelona veröffentlicht:

*„Legt man dem Kind wissenschaftlich festgelegtes Material vor, das ihm auf klare und einleuchtende Art und Weise die Grundlage für vernunftmäßiges Handeln vermittelt, so erleichtert man ihm nicht nur das Erlernen der Arithmetik, indem man sie in höherer Form darlegt, sondern auch die Entwicklung einer logischen Tiefe, von der man geglaubt hat, sie sei für Kinder unerreichbar. Die Materialien der Arithmetik sind vergleichbar mit ‚einem Turnplatz der geistigen Ertüchtigung‘. Bei der auf der Klarheit der Dinge und auf aktiver Übung beruhenden minutiösen Analyse wird die geistige Entwicklung von allen Einzelheiten begleitet, als wäre die Arithmetik das geeignetste Mittel für den echten psychologischen Umgang mit dem Kind, ein Arsenal experimenteller Psychologie. ... Bei jedem Schüler stellt sich der Fortschritt gemäß dem inneren Gebot der Notwendigkeit, sich zu entwickeln, ein. Von hier aus erreicht der einzelne die ihm entsprechende Reifestufe, und als Folge der freien Wahl wird ein logischer und systematischer Fortschritt erreicht. Zwanzig Jahre ... Erfahrung haben gezeigt, dass kein anderes Fach an unseren Schulen die Kinder so zu begeistern vermochte wie die Arithmetik. Auch hat kein anderes Fach derart überraschende Erfolge gezeitigt wie das der Mathematik. Daher bietet sich uns im Bereich der Primarschule ein praktischer Weg in einer fruchtbaren Ebene an, wo wir früher nur Qualen und die Trockenheit der Wüste vorfanden.“*



Das Praxishandbuch ‚Mathematik 2 - Arithmetik‘ soll Ihnen als Helfer im Alltag mit den Kindern in der Schule nutzen – sei es als Anleitung, Anregung, Nachschlagewerk und/oder Inspiration. Ich wünsche Ihnen viel Erfolg und viel Freude in Ihrer pädagogischen Praxis.

Dr<sup>in</sup>. Mag<sup>a</sup>. Margareta Harrer, Institut BEL, 2017

Inhaltsübersicht	Seite
<b>1. Markenspiel</b>	<b>4</b>
1.1. Einführende Darbietung	4
1.2. Addition mit und ohne Zehnerübergang	5
1.3. Subtraktion mit und ohne Zehnerübergang	7
1.4. Multiplikation mit ein- und mehrstelligen Multiplikator	9
1.5. Division mit ein- und mehrstelligen Divisor	13
<b>2. Punktspiel</b>	<b>16</b>
<b>3. Kleiner Rechenrahmen</b>	<b>18</b>
3.1. Einführende Darbietung	18
3.2. Addition mit und ohne Zehnerüberschreitung	20
3.3. Subtraktion mit und ohne Zehnerüberschreitung	22
<b>4. Großer Rechenrahmen</b>	<b>25</b>
4.1. Einführende Darbietung	25
4.2. Multiplikation mit schriftlicher Einführung	26
4.3. Division und deren Verschriftlichung	29
<b>5. Schachbrett</b>	<b>34</b>
5.1. Einführende Darbietung	34
5.2. Multiplikation mit einstelligen Multiplikator	37
<b>6. Große Division (Apotheke)</b>	<b>44</b>
6.1. Einführende Darbietung	44
6.2. Division durch einstelligen bis mehrstelligen Divisor	45
<b>7. Vielfache und Teilbarkeit von ganzen Zahlen</b>	<b>49</b>
7.1. Hunderterteppich	49
7.2. Quadratketten und bunte Perlenstäbchen	51
7.3. Wurzelbrett (K.g.V., Faktor, Primfaktor, G.g.T.)	52
<b>8. Bruchrechnen</b>	<b>55</b>
8.1. Einführende Darbietung	55
8.2. Gleichwertigkeit von Brüchen	58
8.3. Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche	59
8.4. Begriffe, Darstellung und Übungen zur Differenzierung: Echter Bruch, unechter Bruch, gemischte Zahlen	60
8.5. Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche	62
8.6. Multiplikation gleichnamiger Brüche	64
8.7. Division gleichnamiger Brüche	65
<b>9. Potenzen – Potenzwürfel auf der Basis 2</b>	<b>69</b>
<b>10. Dezimalbruchrechenbrett</b>	<b>73</b>
10.1. Einführende Darbietung	73
10.2. Grundrechnungsarten mit Dezimale	76
<b>11. Dezimalschachbrett</b>	<b>82</b>
11.1. Einführende Übung	82
11.2. Multiplikation von Dezimalzahlen	82
11.3. Multiplikation mit Dezimalzahlen mit adäquaten Materialien (Markenspiel, Wurzelbrett, Dezimalrechenrahmen)	84

# 1. Markenspiel



## Material:

Ein unterteilter Kasten mit quadratischen Holzplättchen beinhaltet

- Grüne Plättchen mit der Zahl 1, blaue Plättchen mit der Zahl 10, rote Plättchen mit der Zahl 100, grüne Plättchen mit der Zahl 1000;
- neun grüne Kegel, neun blaue Kegel, neun rote Kegel (stellen den Divisor dar); kleine Chips in den Farben grün, blau, rot (vertreten Nullstellen)
- Kartensätze vom Goldenen Perlenmaterial (klein und groß)
- Aufgabekarten zu den vier Grundrechenarten mit Lösungen auf der Rückseite

## Ziel:

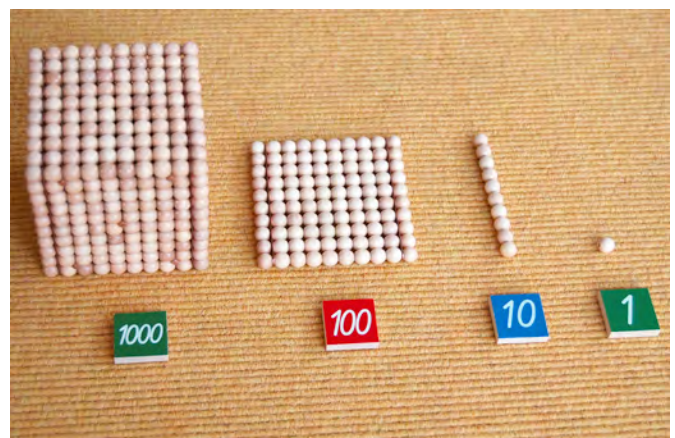
- Vertiefende Auseinandersetzung innerhalb der Struktur des Zehnersystems, eigenaktives und selbsttätiges Durchführen der Grundrechenarten (+, -, ·, :)

**Anmerkung:** Das Markenspiel gilt als Folgematerial nach dem Goldenen Perlenmaterial, denn mit dem Markenspiel wird die Materialisierung des Dezimalsystems auf einer nächsthöheren Stufe der Abstraktion vorgenommen.

## 1.1. Einführende Darbietung

### Schritt 1: Bekanntmachen mit dem Material

Dezimalplättchen werden in ihren Werten dem Goldenen Perlenmaterial zugeordnet. Dazu braucht man von jeder Kategorie der beiden Materialien eine Einheit. Die/der LehrerIn nimmt die Einerperle z.B. mit den Worten: „Das ist ein Einer.“ Dann legt sie/er das Einerplättchen darunter und sagt z.B.: „Das entspricht dem Einer“. Auf diese Weise verfährt sie/er mit den anderen Einheiten, bis alle Plättchen den Perlen zugeordnet sind.



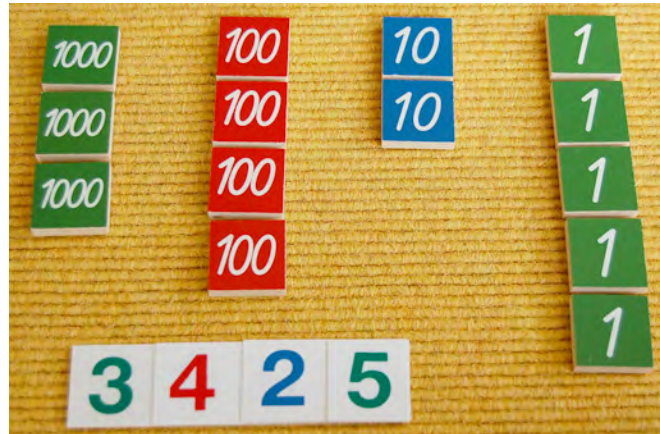
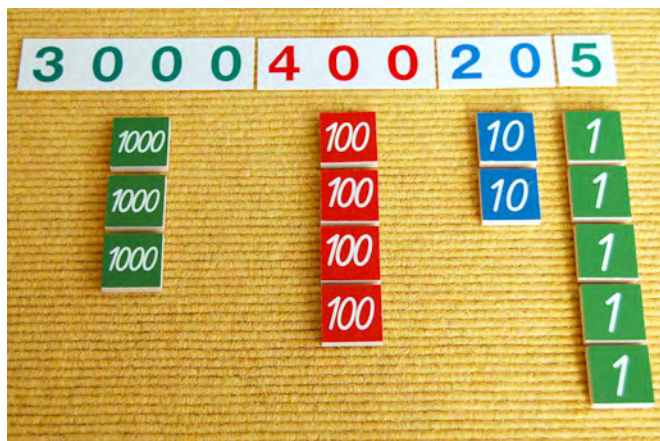


## Schritt 2: Zahlen bilden

Sodann folgen Übungen zur Darstellung von Mengen und Zahlen. Eine Zahl wird mit dem Markenspiel gelegt und ‚gelesen‘. Oder es wird mit dem Markenspiel eine Zahl dargestellt und die entsprechenden Zahlenkarten dazugelegt. Wenn das Kind möchte, kann es die Zahlen auch aufschreiben (Empfehlung: entsprechende Papierstruktur z.B. Papierstreifen anbieten).

Es wird eine Zahl mit dem Kartensatz dargestellt (oder eine Zahl aufgeschrieben) und mit den Plättchen gebildet. Das Kind kann das Perlenmaterial dazu legen, so lange es möchte.

Die/der LehrerIn unterstützt das Kind situationselastisch, d.h. sie/er richtet die Art der Zahlenbildung nach Art der vorangegangenen Übungen und dem Kenntnisstand des Kindes aus und unterstützt es bei seiner individuellen Arbeit.



### 1.2. Addition mit und ohne Zehnerübergang

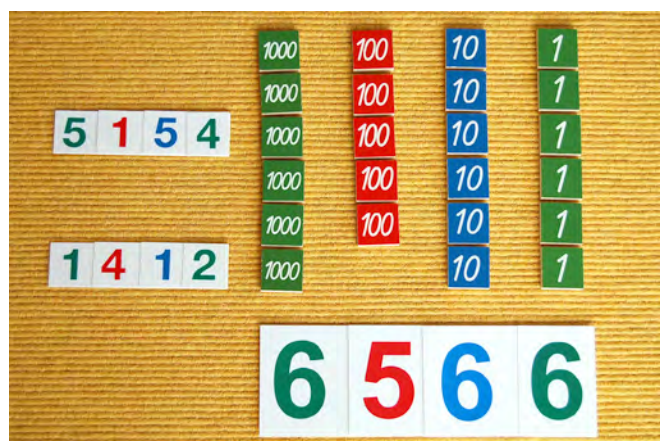
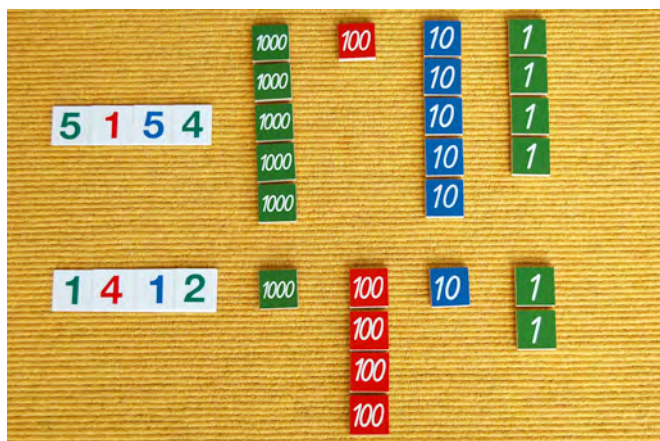
Die ersten Durchgänge können (müssen nicht) kombiniert mit dem Goldenen Perlenmaterial und mit dem Markenspiel vorgenommen werden.

#### a) Addition ohne Zehnerübergang

**Beispiel:**  $5\ 154 + 1\ 412$

Der erste Summand wird mit dem kleinen Kartensatz dargestellt (oder aufgeschrieben) und daneben die entsprechende Menge der Marken gelegt. Der zweite Summand wird ebenso darunter gebildet - mit einem gut sichtbaren Abstand zum ersten Summanden. Die beiden Summanden werden zusammengeschoben und bilden nun die Summe. Sodann wird die Summe ausgezählt und das vorliegende Ergebnis mit dem großen Kartensatz ausgelegt.

Das Ergebnis lautet 6 566.

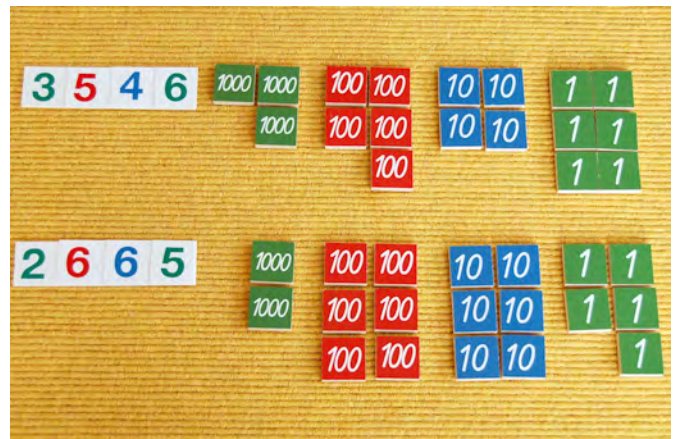




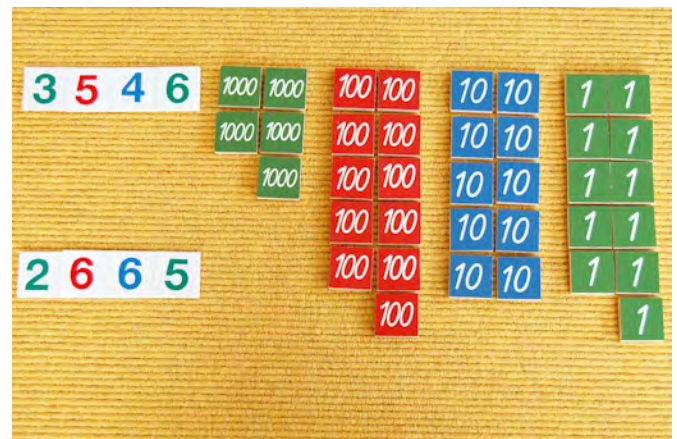
## b) Addition mit Zehnerübergang

**Beispiel:** 3 546 + 2 665

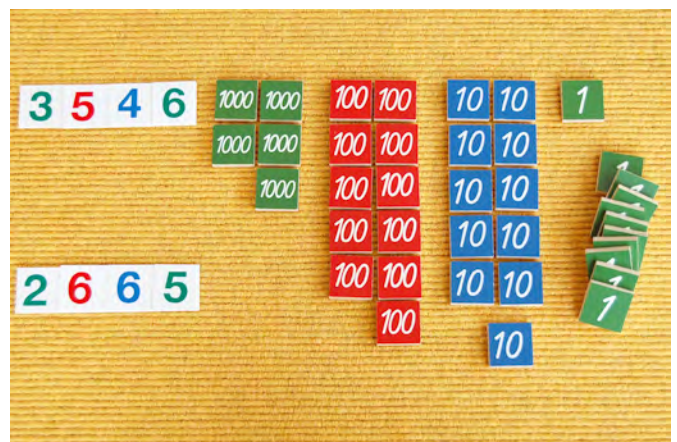
Wie beim obigen Beispiel der Addition ohne Zehnerübergang werden die Summanden gelegt.



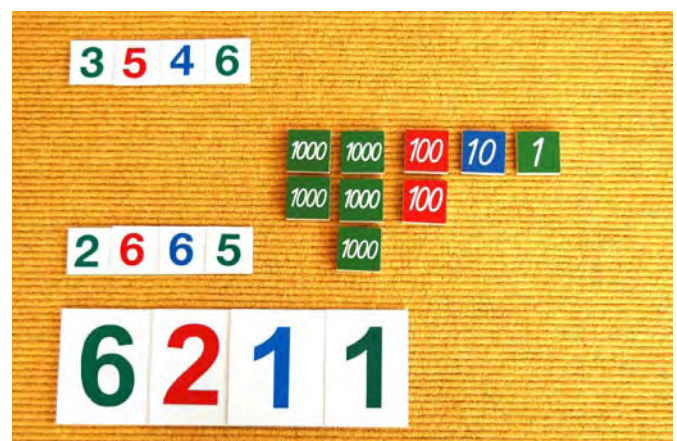
Die Summanden werden zusammen geschoben und bilden nun die Summe.



Sodann wird die Summe ausgezählt, wobei hier – wenn notwendig – von niedrigeren in höhere Kategorien umgetauscht wird.



Das vorliegende Ergebnis wird wieder mit dem großen Kartensatz ausgelegt.  
Das Ergebnis lautet 6 211



**Anmerkung:** Beim Darbieten beginnt man mit den Einern. Falls das Kind in der Freiarbeit mit größeren Kategorien anfängt, kann es selbst rausfinden, dass dem Material eine vorliegende Grenze immanent ist und das Beginnen mit der kleinsten Kategorie Sinn gibt. Das Kind bekommt immer dann weitere Impulse, wenn es diese auch haben möchte bzw. braucht.



## Montessori-Pädagogik Zeitgemäßes Lernen in Kindergarten und Schule

Margareta Harrer legt in ihrem neuen Buch die wesentlichen Grundsätze und Ziele des Montessori-Modells klar, kompetent und pointiert offen. Dabei fokussiert sie die Säulen der Montessori-Pädagogik in Kindergarten und Schule. Wie zeitgemäßes Lernen in der Montessori-Praxis gelingt, zeigt das Buch in der Forderung nach einer konsequenten Neugestaltung und Organisation des Lernens. Das ermutigt und inspiriert sowohl erfahrene Pädagoginnen und Pädagogen als auch "Montessori-Neulinge".

Broschiert: 66 Seiten  
Format: 21 x 17 x 0,5 cm  
ISBN: 978-39504142-0-2  
BEL-Verlag, [www.bel-montessori.at](http://www.bel-montessori.at)



## Handbuch Montessori Praxis – Mathematik 3 Algebra & Geometrie

Der Mathematik-Band 'Algebra & Geometrie' begleitet Sie Schritt für Schritt bei Ihrer Vorbereitung zum Einführen der Montessori-Materialien in der Schule. Die Autorin Frau Dr<sup>in</sup>. Mag<sup>a</sup>. Margareta Harrer schöpft aus ihrer Erfahrung als Ausbildungsleiterin der Montessori-Diplomlehrgänge und zeigt in den Praxisbüchern klar strukturierte und gezielt aufbauende Übungsbeispiele mit den Lernmaterialien zum Fachbereich Algebra und Geometrie. Die Handlungsschritte sind im Detail beschrieben und mit zahlreichen Bildern dokumentiert, womit der Grundstein für die weitere selbsttätige Materialarbeit gelegt ist.

Spiralheftung: 90 Seiten  
Format: 27,9 x 21 x 1 cm  
ISBN: 978-3-9504142-2-6  
BEL-Verlag, [www.bel-montessori.at](http://www.bel-montessori.at)



## Dr. Margareta Harrer ist Expertin und gefragte Referentin für Montessori-Pädagogik

Leiterin der Bildungswerkstätte Eigenaktives Lernen (BEL) in Österreich | Ausbilderin der Lehrgänge zur Montessori-Pädagogik mit Schwerpunkt auf zeitgemäße Umsetzung in der Praxis | Doktorat in den Erziehungswissenschaften an der Universität Salzburg | Studium der Soziologie an der Universität Linz | Buchautorin | Begleitendes Coaching für Montessori-Pädagogik in Kindergarten und Schule.